基于云模型的区间中智数多属性群决策 TOPSIS 方法

刘培德[1]　柳　溪[1]　徐　隆[2]

（1.山东财经大学管理科学与工程学院，山东 济南　250014；2.山东省立医院，山东 济南　250021）

［摘　要］ 区间中智数是中智数的扩展，能够更好地描述不确定评价信息。云模型具有期望、熵和超熵三个参数特征，用于反映定性概念整体的定量特征。针对属性权重未知、属性值为区间中智数的多属性群决策问题，提出了基于云模型的扩展 TOPSIS 方法。首先介绍中智数、区间中智数的概念与基本运算规则以及云模型概念、综合云、浮动云及云之间的 Hamming 距离计算公式；然后，针对属性权重未知，提出了基于变异系数的权重确定方法；进一步基于云模型提出了扩展的 TOPSIS 排序方法；最后通过一个实例说明了本方法的排序过程。

［关键词］ 中智数；区间中智数；云模型；TOPSIS 方法；多属性群决策

［DOI 编码］ 10.13962/j.cnki.37-1486/f.2016.03.008

［中图分类号］F224.9　　［文献标识码］A　　［文章编号］2095-3410(2016)03-0073-06

一、引言

多属性群体决策在社会、经济、管理、军事、工程等方面有很广泛的应用。Churchman 等[1]首先提出了多属性决策的概念并进行了应用，自此国内外很多学者对多属性决策方面进行了较为深入的研究[2]-[4]。由于人类思想的模糊性和客观事物的复杂性，人们很难用精确数来评估客观事物。Zadeh[5]创造性地提出了模糊集(FS)理论来处理模糊信息。Atanassov[6]进一步提出了包括隶属度和非隶属度的直觉模糊集(IFS)，与模糊集相比，增加了非隶属度函数。但是直觉模糊集没有考虑到不确定隶属度。为了找到更为精确的表达方法，Smarandache [7]进一步提出了中智数(NNs)的概念。中智数由两部分组成：确定部分和不确定部分。它的形式是：$N=a+bI$，可以看到 a 是确定部分，bI 表示不确定部分。显然不确定部分为零时，即 $N=a$ 时信息最精确，当 $N=bI$ 时，信息不确定度最高。尽管中智数在 1996 年就被提出了，但对于如何将中智数运用于科学、工程、管理等各方面的研究少之又少。所以研究基于中智数的多属性决策问题显得尤为重要。

为了在区间信息中充分挖掘其既模糊又随机的信息，我国学者李德毅[8]提出了云模型理论，它集合了事件的模糊性和随机性，能将定性与定量相互转化，克服了概率论和模糊数学在处理不确定性方面的不足。王洪利等[9]将定性的自然语言转化定量的数值，并用相对距离对各方案进行排序以挑选出最优方案。Li[10]比较了二型模糊集、粗糙集与云模型，为不确定性人工智能做出了重要贡献。杨恶恶等[11]利用云模型的云滴生成算法，通过数值模拟方法解决犹豫语言信息的运算与比较问题，提出了相应的多准则决策方法。

用区间中智数表示信息自有其灵活性，相关研

［基金项目］本文是国家自然科学基金项目“基于中智集的模糊多属性决策理论、方法与应用研究”(项目编号：7147117)、“基于二维不确定语言信息的模糊多属性群决策理论、方法与应用研究”(项目编号：71271124)和国家软科学计划项目“基于模糊与优化理论的黄河三角洲高效生态经济区生态系统健康评价与生态政策研究”(项目编号：2014GXQ4D192)的阶段性成果。

［作者简介］刘培德(1966-　)，男，山东潍坊人，山东财经大学管理科学与工程学院教授、博士生导师。主要研究方向：决策理论与方法、信息管理与决策支持。

究实属少见。本文将区间中智数与云模型结合，并针对属性权重未知的多属性群决策问题，提出了一种扩展的 TOPSIS 方法。

二、中智数和区间中智数的概念及运算规则

中智数的概念首先由 Smarandache 提出，它包含两个部分，一个是确定的实数部分，另外一个是不确定部分，所以能够更好表示出决策信息的不确定部分。

定义 1[12]：让 $I\in[\beta^-,\beta^+]$ 表示不确定部分，a 和 b 皆为实数，表示确定部分，那么中智数 N 被定义为：$N=a+bI$ (1)

其中 $\beta^-,\beta^+\in[0,1]$，$I^2=I$，$0\cdot I=0$，I/I 未被定义。

定义 2[12]：设 $N_1=a_1+b_1I$ 和 $N_2=a_2+b_2I$ 是两个中智数，那么中智数的运算规则如下：

(1) $N_1+N_2=a_1+a_2+(b_1+b_2)I$ (2)

(2) $N_1-N_2=a_1-a_2+(b_1-b_2)I$ (3)

(3) $N_1\times N_2=a_1a_2+(a_1b_2+b_1a_2+b_1b_2)I$ (4)

(4) $N_1^2=(a_1+b_1I)^2=a_1^2+(2a_1b_1+b_1^2)I$ (5)

(5) $\lambda N_1=\lambda a_1+\lambda b_1I$ (6)

(6) $N_1^\lambda=a_1^\lambda+((a_1+b_1)^\lambda-a_1^\lambda)I \quad \lambda>0$ (7)

(7) $\frac{N_1}{N_2}=\frac{a_1+b_1I}{a_2+b_2I}=\frac{a_1}{a_2}+\frac{a_2b_1-a_1b_2}{a_2(a_2+b_2)}I$ for $a_2\neq0$ and $a_2\neq-b_2$ (8)

定义 3[13]：假设 $N_i=a_i+b_i\cdot I$，$I\in[\beta^-,\beta^+]$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 是任一中智数，且 $a,b_i,\beta^-,\beta^+\in R$，其中 R 是实数集。那么 N_i 可以表示成区间数的形式：$N_i\in[a_i+b_i\beta^-,a_i+b_i\beta^+]$。

三、云模型概念及其运算

定义 4[8][14]：云模型是指以自然语言描述的、某个定性概念与其数值表示之间的不确定性转换。设 U 为一用精确数值表示的论域 $U=\{X\}$，T 为 U 上对应的定性概念。对于 U 中元素 X，皆存在具稳定倾向的随机数 $G_r(X)$，即对定性概念的隶属度，它在论域上的分布称作隶属云，即云。

云模型具有三个参数特征：期望 Ex、熵 En 和超熵 He。其中，Ex 为期望，代表定性概念在空间的点，反应云的重心位置。熵 En 反映在数域空间，定性概念被语言值所能够接受的范围，即度量了模糊度。同时它还反映了数域空间中的点能代表这个语言值的概率，即定性概念的云滴出现的随机性。所以熵 En 揭示了模糊性和随机性是关联的。He 反映了云滴的离散程度、隶属度的随机性变化。

定义 5[14]：设 $A_{ij}=[a_{ij}^L,a_{ij}^U]$ 为任一区间数，$i=1,2,\cdots,n$；$j=1,2,\cdots,n$，则转化公式为：

$$Ex_{ij}=\frac{a_{ij}^L+a_{ij}^U}{2},\quad En_{ij}=\frac{a_{ij}^U-a_{ij}^L}{6},\quad He_{ij}=\frac{\left|\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}En_{ij}-\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}En_{ij}-2En_{ij}\right|}{3} \tag{9}$$

En 表示定性概念 T 的不确定性，它的大小反映了在论域中可被定性概念接受的元素；He 表示熵的不确定度，即熵的熵。当任何一个云滴的熵和超熵都为零时，云模型的代数运算便简化为精确值。

通过式(9)，将中智数区间矩阵 $N_i\in[a_i+b_i\beta^-,a_i+b_i\beta^+]$ $(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 进行云转换，可得云决策矩阵 $A_{ij}=[Ex_{ij},En_{ij},He_{ij}]$，$(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$。

定义 6：设在论域 U 中有 n 朵基云 $Y_1(Ex_1,En_1,He_1)$，$Y_2(Ex_2,En_2,He_2)$，$\cdots$，$Y_n(Ex_n,En_n,He_n)$ 可生成浮动云，它表示两朵基云表达得定性概念中间的空白语言值。当浮动云从第 1 朵向第 2 朵移动时，受第 1 朵云的影响逐渐减少，受第 2 朵云的影响逐渐增大。若生成浮动云的数字特征为 $Y(Ex,En,He)$，则

$$\begin{aligned}&Ex=\omega_1Ex_1+\omega_2Ex_2+\cdots+\omega_nEx_n\\&En=\frac{\omega_1Ex_1En_1+\omega_2Ex_2En_2+\cdots+\omega_nEx_nEx_n}{\omega_1Ex_1+\omega_2Ex_2+\cdots+\omega_2Ex_n}\\&He=\sqrt{He_1^2+He_2^2+\cdots+He_n^2}\end{aligned} \tag{10}$$

其中，$\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$，为各属性权重，且满足 $\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i=1$。

定义 7[15]：设 $y_1=(Ex_1,En_1,He_1)$ 和 $y_2=(Ex_2,En_2,He_2)$ 为两朵云，F 为综合云的集合，d 为一个映射，即 $d:F\times F\to R$，则 y_1,y_2 的 Hamming 距离为：

$$d(y_1,y_2)=\left|\left(1-\frac{En_1^2+He_1^2}{En_1^2+He_1^2+En_2^2+He_2^2}\right)Ex_1-\left(1-\frac{En_2^2+He_2^2}{En_1^2+He_1^2+En_2^2+He_2^2}\right)Ex_2\right| \tag{11}$$

由式子得知当 $En_1=He_1=En_2=He_2=0$ 时，d

$(y_1,y_2)=|Ex_1-Ex_2|$，云退化为实数。Hamming 距离 $d(y_1,y_2)$ 满足：

（1）$d(y_1,y_2)\geqslant 0,d(y_2,y_1)\geqslant 0$；

（2）$d(y_1,y_2)=d(y_2,y_1)$；

（3）a_3 为任一朵综合云，$d(y_1,y_3)\leqslant d(y_1,y_2)+d(y_2,y_3)$。

四、逼近理想点法（TOPSIS 法）

TOPSIS 是一种从几何思维出发的，以各候选方案与理想解和负理想解的距离相对远近来进行排序的多属性决策方法[16]。所谓的理想解是指在某属性下，各方案中最佳值（记为 V^+），若此属性为效益型指标，则此处的最佳值即为最大值，若为成本型指标，则最小值为最佳。相反地，负理想解是各方案中最差值（记为 V^-）。

设在一多属性决策问题中 m 个候选方案，n 个属性，其权重为：$W=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$，规范化决策矩阵为：$R=(r_{ij})_{m\times n}$。则解决方法如下：

（1）构造加权规范化矩阵

$$V=(v_{ij})_{m\times n}=\begin{bmatrix} w_1r_{11} & w_2r_12 & \cdots & w_nr_{1n} \\ w_1r_{21} & w_2r_{22} & \cdots & w_nr_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ w_1r_{m1} & w_2r_{m2} & \cdots & w_nr_{mn} \end{bmatrix}$$

（2）确定在各属性下的理想解和负理想解

$$\begin{cases} V_j^+=\max\limits_j(v_{ij}) \\ V_j^-=\min\limits_i(v_{ij}) \end{cases} \quad j=1,2,\cdots,n.$$

（3）各方案与理想解和负理想解的距离分别是：

$$\begin{cases} d_i^+=\left[\sum\limits_{j=1}^{n}(v_{ij}-v_j^+)^2\right]^{1/2} \\ d_i^-=\left[\sum\limits_{j=1}^{n}(v_{ij}-v_j^-)\right]^{1/2} \end{cases} \quad i=1,2,\cdots,m$$

（4）确定评价对象与理想解的相对接近度

$$C_i=\frac{d_i^+}{d_i^++d_i^-},(i=1,2,\cdots,m)$$

（5）对方案排序

根据相对接近度大小，对方案进行排序。C_i 越小，方案越优。

五、基于云模型的区间中智数 TOPSIS 方法多属性群决策方法

在多属性群体决策中，假设 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_{ij}\}$ 是方案集，$C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$ 是属性集，$D=\{D_1,D_2,\cdots,D_m\}$ 是决策者集合，在此亦即专家集合。专家 D_k 在属性 C_j 下对方案 A_i 的评价用中智数 $N_{ij}^k=a_{ij}^k+b_{ij}^k$ 表示，$a_{ij},b_{ij}\in R,I\in[\beta^-,\beta^+]$，其中 $\beta^-,\beta^+\in[0,1]$。专家权重给定为 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$，各属性的权重为 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$，其中 $\sum\limits_{i=1}^{n}w_i=1,\sum\limits_{i=1}^{n}w_i=1$。

以下是基于云模型的区间中智数 TOPSIS 方法评价步骤：

步骤 1：按照式（9）将区间中智数 $N_{ij}^k=[a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^-,a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^+]$ 转化为云：$y_{ij}^k=(Ex_{ij}^k,En_{ij}^k,He_{ij}^k)$。

$$Ex_{ij}^k=\frac{(a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^-)+(a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^+)}{2}$$

$$En_{ij}^k=\frac{(a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^-)-(a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^+)}{6}$$

$$He_{ij}=\frac{\left|\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}En_{ij}^k-\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}En_{ij}^k-2En_{ij}^k\right|}{3}$$

步骤 2：由式子（10），根据专家权重，生成各方案在各属性下的浮动云：$y_{ij}=(Ex_{ij},En_{ij},He_{ij})$。

步骤 3：用基于变异系数的方法确定各属性的权重，步骤如下。

（1）$N_{ij}^k=[a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^-,a_{ij}^k\beta^-,a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^+]$ 是区间数，其中值 r_{ij} 为

$$r_{ij}=(a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^-+a_{ij}^k+b_{ij}^k\beta^+)/2$$

（2）第 j 个属性的均值

$$\bar{r}_j=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}r_{ij},j=1,2,\cdots,n$$

（3）第 j 个属性的均方差

$$D_j=\sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(r_{ij}-\bar{r}_j)^2},j=1,2,\cdots,n$$

（4）第 j 个属性的变异系数

$$E_j=\frac{D_j}{\bar{r}_j},j=1,2,\cdots,n$$

（5）对各属性的变异系数进行归一化处理，得到各属性权重

$$\omega_j=\frac{E_j}{\sum_{j=1}^{n}E_j},j=1,2,\cdots,n$$

步骤 4:求各方案在各属性下与正负理想方案的 Hamming 距离。

正理想方案为:

$y_i^+=(\max Ex_{ij},\min En_{ij},\min He_0)$

负理想方案为:

$y_i^-=(\min Ex_{ij},\max En_{ij},\max He_{ij})$

与正负理想方案的 Hamming 距离为:

$d_{ij}^+=d(y_{ij},y_i^+)\quad d_{ij}^-=d(y_{ij},y_i^-)$

对距离进行加权求和,得出各方案与正、负理想方案的距离。

$$d_i^+=\sum_{j=1}^{n}\omega_i d(y_{ij},y_i^-)\qquad d_i^+=\sum_{j=1}^{n}\omega_j d(y_{ij},y_i^-)$$

步骤 5:根据 d_i^+ 的大小进行排序,d_i^* 越小方案越优。

$$d_i^*=\frac{d_i^+}{(d_i^++d_i^-)}$$

六、实例分析

用中智数的云计算方法解决多属性群体决策问题。一家投资公司想从四家企业中挑选一个最好的投资项目:(1)A_1 是家汽车企业;(2)A_2 是家食品企业;(3)A_3 是家计算机企业;(4)A_4 是家军工企业。这家投资公司想考虑三个影响因素:(1)C_1 是风险因素 (2)C_2 成长因素 (3)C_3 是环境因素。这四个因素属性未知,由三位专家 $W=(w_1,w_2,w_3)$ 用中智数的方法进行评估,且专家权重为:w=(0.37,0. 33,0.3),专家 D_k 在属性 C_j 下对方案 A_i 的评价用中智数 $N_{ij}^k=a_{ij}^k+b_{ij}^kI$ 表示,$a_{ij}^k,b_{ij}^k\in R,I\in[\beta^-,\beta^+],\beta^-,\beta^+\in[0,1]$,$\beta^-$取 0,$\beta^+$取 0.5,k=(1,2,3),i=(1,2,3,4),j=(1,2,3)。评价结果在表 1-3 中显示。

以下是决策步骤:

步骤 1:按照式(9)将中智数区间数进行云转化。

表 1　专家 D_1 在各属性下对各方案的评价

D1	C1	C2	C3
A1	4+I	5	3+I
A2	6	6	5
A3	3	5+I	6
A4	7	6	4+I

表 2　专家 D_2 在各属性下对各方案的评价

D2	C1	C2	C3
A1	5	4	4
A2	5+I	6	6
A3	4	5	5+I
A4	6+I	6	5

表 3　专家 D_3 在各属性下对各方案的评价

D3	C1	C2	C3
A1	4	5+I	4
A2	6	7	5+I
A3	4+I	5	6
A4	8	6	4+I

表 4　对专家 D_1 的评价进行云转化

D1	C1			C2			C3		
	Ex	En	He	Ex	En	He	Ex	En	He
A1	4.25	0.083	0.028	5	0	0.028	3.25	0.083	0.028
A2	6	0	0.028	6	0	0.028	5	0	0.028
A3	3	0	0.028	5.25	0.083	0.028	6	0	0.028
A4	7	0	0.028	6	0	0.028	4.25	0.083	0.028

表 5　对专家 D_2 的评价进行云转化

D1	C1			C2			C3		
	Ex	En	He	Ex	En	He	Ex	En	He
A1	5	0	0.028	4	0	0.028	4	0	0
A2	5.25	0.083	0.028	6	0	0.028	6	0	0
A3	4	0	0.028	5.25	0.083	0.028	4	0	0
A4	6.25	0.083	0.028	6	0	0.028	5	0	0

表 6　对专家的评价进行云转化

D1	C1			C2			C3		
	Ex	En	He	Ex	En	He	Ex	En	He
A1	4	0	0.028	5.25	0.083	0.028	4	0	0.028
A2	6	0	0.028	7	0	0.028	5.25	0.083	0.028
A3	4.25	0.083	0.028	5	0	0.028	6	0	0.028
A4	8	0	0.028	6	0	0.028	4.25	0.083	0.028

步骤 2:由式子(10),根据专家权重,生成各方案在各属性下的浮动云:$y_{ij}=(Ex_{ij},En_{ij},He_{ij})$。

表 7　各方案在 C_1 下的评价值

	Ex	En	He
A1	4.4225	0.029630676	0.048112522
A2	5.7525	0.025097784	0.048112522
A3	3.705	0.031545209	0.048112522
A4	7.0525	0.02437079	0.048112522

表 8　各方案在下的评价值

	Ex	En	He
A1	4.745	0.030426765	0.048112522
A2	6.3	0	0.048112522
A3	5.175	0.059178744	0.048112522
A4	6	0	0.048112522

表 9　各方案在下的评价值

	Ex	En	He
A1	3.7225	0.026919633	0.03928371
A2	5.405	0.026711378	0.03928371
A3	5.34	0	0.03928371
A4	4.4975	0.055123217	0.03928371

步骤3:用基于变异系数的混合型决策矩阵客观权重确定方法确定各属性的权重。由计算得:

$\omega_1 = 0.4529 \quad \omega_2 = 0.2253 \quad \omega_3 = 0.3217$

步骤4:求各方案在各属性下与正负理想方案的Hamming距离。

正理想方案为:

$y_1^+ = (4.745, 0.0269, 0.0393) \quad y_2^+ = (6.3, 0, 0.0393)$

$y_3^+ = (5.34, 0, 0, 0.0393) \quad y_4^+ = (7.0525, 0, 0.0393)$

负理想方案为:

$y_1^- = (3.7225, 0.0304, 0.0481) \quad y_2^1 = (5.405, 0.0267, 0.0481)$

$y_3^- = (3.705, 0.0592, 0.0481) \quad y_4^1 = (4.4975, 0.0551, 0.0481)$

与正负理想方案的Hamming距离为:

$d_{11}^+ = 0.9376 \quad d_{12}^+ = 0.8379 \quad d_{13}^+ = 0.5113$

$d_{21}^+ = 2.1556 \quad d_{22}^+ = 1.26 \quad d_{23}^+ = 1.5464$

$d_{31}^+ = 2.4638 \quad d_{32}^+ = 3.1353 \quad d_{33}^+ = 0$

$d_{41}^+ = 2.1632 \quad d_{42}^+ = 1.8315 \quad d_{43}^+ = 4.1424$

$d_{11}^- = 0.3803 \quad d_{12}^- = 0.5213 \quad d_{13}^- = 0.6573$

$d_{21}^- = 0.2518 \quad d_{22}^- = 1.2290 \quad d_{23}^- = 0.7891$

$d_{31}^- = 1.0177 \quad d_{32}^- = 0.735 \quad d_{33}^- = 3.4435$

$d_{41}^- = 2.9862 \quad d_{42}^- = 2.8311 \quad d_{43}^- = 0.3493$

对距离进行加权求和,得出各方案与正、负理想方案的距离:$d_1^+ = 0.7780 \quad d_2^+ = 1.7578 \quad d_3^+ = 1.8224 \quad d_4^+ = 2.7252$

步骤5:根据 d_i^* 的大小进行排序,d_i^* 越小方案越优。

$d_1^* = 0.6093 \quad d_2^* = 0.7316 \quad d_3^* = 0.5124 \quad d_4^* = 0.5645$

所以,$A_3 > A_4 > A_1 > A_2$,最优方案为 A_3。

为了与叶军的中智数多属性群体决策方法作比较,使各属性的权重与之相同,得到的计算结果为:

$d_1^* = 0.5858 \quad d_2^* = 0.7057 \quad d_3^* = 0.4581 \quad d_4^* = 0.6048$

对结果进行降序排序,得 $A_3 > A_1 > A_4 > A_2$,可知最优方案为方案 A_3。

叶军在相同参数下,用可能性大小排序的结果为 $A_4 > A_2 > A_3 > A_1$,即最优方案为 A_4。在相同数据下,经过云计算与TOPSIS方法后得到的结果与叶军的有差异。这是因为云模型有效地同时处理定性概念中所蕴含的随机与模糊两种主要的不确定性,而TOPSIS方法,基于数据本身,对数据的利用比较充分,信息损失较少。正是在这两者的综合作用下,得到结果也出现了差异。相比较而言,此处提出的新方法,无疑更能全面地反映信息,从而得出更为可靠的结果。

七、结论

由于人类思想的模糊性和客观事物的复杂性,人们很难精确地评估客观事物。中智数是描述不确定评价信息的有效工具,而云模型可将评价进行定性与定量之间转化,是一种能将定性语言值和定量数域通过不确定关系相联系的模型,该模型能够较好地刻画出语言值模糊性和随机性之间的关联。将区间中智数与云模型结合,既能较充分反映不确定信息,又保留了云模型刻画出语言值模糊性和随机性之间的关联的特性。将此创新性地用于解决多属性群体决策问题,会有不同的收获。通过从四家企业中挑选最好的投资项目这个实例,验证这一决策方法的确是可行的。云模型还有很大研究空间,未来研究可以将其与其他方法、算子结合。中智数在多属性群体决策中的应用还可以拓展到信息、科学、工程等更为广泛的领域。

参考文献:

[1]C.W.Churchman,R.L.Ackoff,E.L.Arnoff,Introduction to Operations Research,New York:Wiley,1957.

[2]P.D.Liu,Some generalized dependent aggregation operators with intuitionistic linguistic numbers and their application to group decision making[J].Journal of Computer and System Sciences,2013:79(1):131 - 143.

[3] P. D. Liu, X. Zhang, An Approach to Group Decision Making Based on 2-dimension Uncertain Linguistic Assessment Information[J],Technological and Economic Development of Economy,2012,18 (3):424 - 437.

[4]P.D.Liu and Y.M.Wang,Multiple attribute group decision making methods based on intuitionistic linguistic power generalized aggregation operators [J]. Applied Soft Computing, 2014,17 (1):90-104.

[5] L. A. Zadeh, FuzzySets [J]. Information and Control, 1965(8):338 - 356.

[6] K.T.Atanassov, Intuitionistic fuzzy collections[J].Fuzzy Sets and Systems 1986,20(1):87 - 96.

[7] F.Smarandache, A unifying field in logics.neutrosophy: Neutrosophic probability, setand logic [M]. American Research Press, Rehoboth, 1999.

[8] 李德毅.不确定性人工智能[M].北京:国防工业出版社,2005:143-147.

[9] 王洪利,冯玉强.基于云模型具有语言评价信息的多属性群决策研究[J].控制与决策,2005,(06):679-684.

[10] Li D Y. Comparative study on mathematical foundations of type-2 fuzzy set, rough set and cloud model [M].Rough Set and Knowledge Technology, 2010..

[11] 杨恶恶,王坚强,马超群,汪新凡.基于云发生算法的犹豫语言多准则决策方法[J].控制与决策,2015,(02):371-374.

[12] F.Smarandache, Neutrosophy: Neutrosophic probability, collection, and logic [M]. American Research Press, Rehoboth, USA, 1998.

[13] J.Ye, Similarity measures between interval neutrosophic collections and their applications in multicriteria decision-making[J]. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems. 2014, 26 (1):165 - 172.

[14] 高志方,杨青彭,定洪.基于云模型的区间 VIKOR 多准则决策方法研究[J].昆明理工大学学报(自然科学版), 2013,(05):111-116.

[15] 王坚强,张忠.基于直觉梯形模糊数的信息不完全确定的多准则决策方法[J].控制与决策,2009,(02):226-230.

[16] 刘培德.基于模糊多属性决策的企业信息化水平评价方法与应用研究[D].北京:北京交通大学博士学位论文, 2009.

(责任编辑:刘　军)

The TOPSIS Method for Multiple Attribute Group Decision Making with Interval Neutrosophic Number Based on Cloud Model

LIU Peide, LIU Xi, XU Long

(*School of Management Science and Engineering, Shandong University of Finance and Economics, Jinan 250014, China; Shandong Provincial Hospital, Jinan 250021*)

Abstract: Interval neutrosophic number (INN) is the extension of neutrosophic number (NN) and it can describe uncertainty evaluation information better. Cloud model has three parameters: expectation, entropy and hyper entropy, which are used to reflect the overall quantitative characteristics of qualitative concept. With respect to multiple attribute group decision making problems in which the attribute values take the form of interval neutrosophic numbers and attribute weights are unknown, an extended TOPSIS method based on cloud model is proposed. Firstly, the basic concept and operation rules of neutrosophic number, the concept of cloud model, comprehensive cloud, floating cloud and the Hamming distance formula between two clouds are introduced; Then, the weight determination method based on the variation coefficient is developed to get the attribute weights; And then, an extended TOPSIS ranking method based on cloud model is proposed; Finally, an example is given to illustrate the sorting process of this method.

Key Words: Neutrosophic number; Interval neutrosophic number; Cloud model; TOPSIS; Multiple attributes group decision making